

Го Хунъюй

Что такое **ТЕНЗОРЫ** ?

Содержание

От издательства	10
Предисловие	11
Схема взаимосвязи глав	13
Обозначения	14
Глава 1. Сумбур: так что же такое тензоры?	15
§1. Вопросы и заблуждения	15
§2. Кто изобрел тензор?	18
§3. Различные определения тензора	20
§4. Простые вещи с вычурными названиями тензоров	29
§5. Тензоры без названия – линейные преобразования	34
§6. Сравнение: различные определения вектора – конкретные системы против абстрактных систем	35
§7. Тензорное произведение и тензорные пространства	37
§8. Степень, ранг, порядок или размерность – какое название лучше?	38
*§9. Что такое псевдоскаляры, псевдовекторы и псевдотензоры?	40
§10. Что такое тензорный анализ? Связь с геометрией Римана	42
10.1. Векторный анализ	42
10.2. Тензорный анализ и геометрия Римана	43
Глава 2. Почему и как используются тензоры в машинном обучении?	45
§1. Как AlphaGo победила лучшего игрока в го благодаря глубокому обучению	45
§2. Структура данных тензора	48
2.1. AlphaGo	49
2.2. Изображения и видео	50
2.3. Приложения для работы с речью и аудио	50
§3. TensorFlow и тензорный процессор (TPU)	51
§4. Тензор в машинном обучении – это дань моде?	52
Глава 3. Прямая сумма пространств $U \oplus V$	54
§1. Элементы	54
§2. Операции	54
§3. Размерность $U \oplus V$	55

Глава 4. Диадика Гиббса	56
§1. Что такое диада?	56
§2. Когда две диады равны?	57
§3. Какие операции допустимы с диадами?	57
§4. Что такое диадик?	57
§5. Какие операции допустимы с диадиками?	58
§6. Когда два диадика равны?	58
§7. Матричное представление	59
§8. Изменение координат	60
§9. Каково назначение диадиков? Линейные преобразования и билинейные формы	61
§10. Что такое диадическое сопоставление?	63
Глава 5. Тензорные пространства (тензорное произведение $U \otimes V$)	64
§1. Билинейные отображения	64
§2. Отличия: билинейное отображение и линейное отображение	67
§3. Мультилинейные отображения	71
§4. Тензорное произведение двух векторных пространств	71
§5. Декомпозируемые тензоры	80
§6. Тензорное произведение линейных отображений	81
§7. Тензорное произведение нескольких векторных пространств	81
§8. Векторные тензоры – наиболее обобщенная модель	82
Глава 6. Тензорные пространства (тензорная степень $V^{\otimes(p,q)}$)	84
§1. Тензорные пространства (тензорные степени пространства)	84
§2. Изменение базиса	85
§3. Индуцированное внутреннее произведение	87
§4. Понижение и повышение индексов – изоморфизмы	87
Глава 7. Тензорная алгебра	90
§1. Тензорное произведение тензоров	90
§2. Тензорная алгебра	91
§3. Свертывание тензоров	92
Глава 8. Динамика: тензор инерции	94
§1. Момент импульса	94
§2. Вращение твердого тела вокруг фиксированной точки	97
§3. Вращение твердого тела вокруг фиксированной оси	101
§4. Теорема о параллельных осях и теорема о перпендикулярных осях	106
§5. Эллипсоид тензора	107
Глава 9. Электродинамика: тензор электромагнитного поля	110
§1. Электродинамика в тензорной формулировке	110
§2. Электродинамика в рамках галилеева преобразования	112

2.1. Электромагнитное поле в виде контравариантного тензора $F^{\mu\nu}$	114
2.2. Электромагнитное поле в виде ковариантного тензора $F_{\mu\nu}$	116
2.3. Электромагнитное поле в виде сочетания $F^{\mu\nu}$ и $F_{\mu\nu}$	117
2.4. Электромагнитное поле в виде сочетания $F^{\mu\nu}$ и $F_{\mu\nu}$	118
§3. Электродинамика во вращающихся системах отсчета	119
*§4. Уравнения Максвелла в виде внешних дифференциальных форм	120
*§5. Предложение новой нотации $d\Lambda$ для внешней производной	122

Глава 10. Геометрия Римана и общая теория относительности

§1. Что такое «искривленное пространство»?	127
1.1. Внешний вид изогнутых поверхностей и изогнутых пространств	128
1.2. Взгляд изнутри на искривленные поверхности по Гауссу	130
1.3. Обобщение Римана по внутренней геометрии	133
§2. Что такое касательное пространство?	135
2.1. Внешнее наблюдение упрощает задачу	135
2.2. Взгляд изнутри более сложен	137
§3. Повторное обращение к законам преобразования тензоров	139
§4. Дифференцируемое многообразие и риманово многообразие: в чем разница?	141
§5. Применимость геометрии Римана в реальном мире – традиционализм	145
§6. Что такое общая теория относительности?	153
§7. Что такое время?	166

Приложение 1. Основные положения линейной алгебры

§1. Доказательство коммутативности сложения	183
§2. Ковекторы и двойственное пространство	184
§3. Внутреннее произведение	186
§4. Контравариантные и ковариантные компоненты векторов	188
4.1. Контравариантные координаты как параллельные проекции	190
4.2. Ковариантные координаты как перпендикулярные проекции	191
§5. Билинейные формы и квадратичные формы	192
§6. Свободные векторные пространства и свободные алгебры	193
6.1. Интуитивная идея	193
6.2. Формальное определение свободного векторного пространства	194
6.3. Свободные алгебры	195

Приложение 2. Математические структуры

§1. Математические структуры	197
§2. Дискретные структуры	199
2.1. Алгебраические структуры	199
2.2. Порядковые структуры	200
§3. Непрерывные структуры	200
3.1. Топологические структуры	200

3.2. Структуры меры	200
§4. Смешанные структуры	201

Приложение 3. Аксиоматические системы 202

§1. Неопределенные концепции и аксиомы	202
§2. Аксиоматические системы – от античности до наших дней	204
§3. Согласованность, независимость и целостность	214
3.1. Согласованность	214
3.2. Независимость	216
3.3. Целостность	217

Библиография..... 219

Предметный указатель..... 222