

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

# КРИПТОГРАФИЯ

Безопасные  
многосторонние  
вычисления



С. М. Рацев



E.LANBOOK.COM

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>9</b>
<b>1 Базовые криптографические понятия и примитивы</b>	<b>11</b>
1.1 Вычислительная неразличимость . . . . .	11
1.2 Неразличимость при повторных экспериментах . . . . .	20
1.3 Семейства неоднородных схем . . . . .	22
1.4 Вычислительная безопасность . . . . .	23
1.5 Безопасность на примере симметричных шифров . . . . .	25
1.6 IND-CPA безопасность . . . . .	28
1.7 IND-CCA безопасность . . . . .	32
1.8 Схемы электронной подписи . . . . .	34
1.9 Одноразовые коды аутентификации . . . . .	36
1.10 Случайный оракул . . . . .	38
1.11 Схемы обязательств . . . . .	41
1.12 Подбрасывание монеты . . . . .	43
1.13 Перестановки с лазейками . . . . .	44
1.14 Генераторы псевдослучайных чисел . . . . .	46
1.15 Псевдослучайные функции . . . . .	49
1.16 Псевдослучайный синтезатор . . . . .	51
<b>2 Общие сведения по безопасным многосторонним вычислениям</b>	<b>54</b>
2.1 Многосторонние вычисления . . . . .	54
2.2 Арифметические схемы на основе многочленов . . . . .	58
2.3 Модели противника . . . . .	60
<b>3 Византийское соглашение и ширококвещательная передача</b>	<b>64</b>
3.1 Византийское соглашение . . . . .	64
3.2 Ширококвещательная передача . . . . .	67
3.3 Ширококвещательная передача с прерыванием . . . . .	74
3.4 Протокол расширения для случая $t < n/3$ . . . . .	77

3.5	Универсальная хеш-функция . . . . .	82
3.6	Протоколы расширения для случая $t < n/2$ . . . . .	83
3.6.1	Информационно-теоретически безопасный протокол . . . . .	83
3.6.2	Криптографически безопасный протокол . . . . .	88
3.7	Протоколы расширения ширококвещательной передачи для случая $t < n$ . . . . .	90
3.7.1	Криптографически безопасный протокол . . . . .	91
3.7.2	Информационно-теоретически безопасный протокол . . . . .	94
<b>4</b>	<b>Безопасность протоколов многосторонних вычислений</b>	<b>99</b>
4.1	Основные параметры . . . . .	100
4.2	Парадигма «реальный-идеальный» . . . . .	103
4.3	Случай пассивного противника . . . . .	107
4.4	Эквивалентное определение безопасности для случая пассивного противника . . . . .	110
4.5	Случай активного противника . . . . .	115
4.5.1	Случай двух участников . . . . .	119
4.5.2	Произвольное число участников. Первая модель .	122
4.5.3	Произвольное число участников. Вторая модель .	125
4.6	Совершенная безопасность . . . . .	126
4.7	Обобщение пассивного противника . . . . .	127
4.8	Универсальная композируемость . . . . .	130
4.8.1	Безопасная $UC$ -реализация функциональности . .	131
4.8.2	Безопасность протокола для случая двух участников . . . . .	135
4.8.3	Универсальная композиция . . . . .	138
<b>5</b>	<b>Пассивный противник и честное большинство</b>	<b>140</b>
5.1	Протокол BGW для случая $n \geq 2t + 1$ . . . . .	141
5.2	$t$ -конфиденциальность протокола BGW . . . . .	147
5.3	Метод $t$ -конфиденциального вычисления произведения GRR . . . . .	155
5.4	Численный пример протокола BGW . . . . .	158
<b>6</b>	<b>Активный противник и честное большинство</b>	<b>162</b>
6.1	Проверяемые схемы разделения секрета . . . . .	162
6.2	Пример на проверяемую схему разделения секрета . .	173
6.3	Протокол BGW для случая $n \geq 3t + 1$ . . . . .	174

6.4	$t$ -безопасность протокола BGW . . . . .	186
6.5	Метод $t$ -безопасного вычисления произведения на основе протокола AAPP . . . . .	190
<b>7</b>	<b>Забывчивая передача 1 из 2</b>	<b>194</b>
7.1	Определения безопасности OT для случая активного противника . . . . .	195
7.1.1	Определение безопасности для случая активного противника . . . . .	195
7.1.2	Ослабленное определение безопасности . . . . .	198
7.1.3	Односторонняя имитация в определении безопасности . . . . .	203
7.2	Забывчивая передача на основе асимметричных шифров . . . . .	204
7.3	Протокол забывчивой передачи Белларе—Микали . . . . .	211
7.4	Забывчивая передача на основе перестановок с лазейками . . . . .	212
7.5	Забывчивая передача Наора—Пинкаса на основе предположения DDH . . . . .	214
7.6	Протокол на основе гомоморфного шифрования . . . . .	215
7.7	Забывчивая передача с полной защитой от активного противника . . . . .	218
7.8	Случайная забывчивая передача . . . . .	219
7.9	Протокол IKNP расширения забывчивой передачи . . . . .	220
7.10	Стандартное и корреляционное расширения забывчивой передачи . . . . .	224
<b>8</b>	<b>Забывчивая передача <math>k</math> из <math>n</math></b>	<b>228</b>
8.1	Забывчивая передача 1 из $n$ Наора—Пинкаса . . . . .	228
8.2	Забывчивая передача 1 из $n$ на основе предположения DDH . . . . .	230
8.3	Забывчивая передача $k$ из $n$ на основе предположения DDH . . . . .	236
<b>9</b>	<b>Пассивный противник и нечестное большинство</b>	<b>240</b>
9.1	Протокол GMW для логической схемы . . . . .	240
9.2	Протокол GMW для арифметической схемы . . . . .	244
9.3	О схемах над кольцами . . . . .	245
9.4	Метод IPS для безопасного произведения . . . . .	246
9.5	Протоколы на основе искаженных схем . . . . .	251

9.5.1	Искаженные схемы Яо . . . . .	251
9.5.2	Пример на протокол Яо . . . . .	259
9.5.3	Протокол BMR . . . . .	262
<b>10</b>	<b>Парадигма «офлайн–онлайн»</b>	<b>267</b>
10.1	Предварительно обработанные тройки произведений .	267
10.2	Случай пассивного противника и честного большинства . . . . .	270
10.3	Случай активного противника и честного большинства . . . . .	277
10.4	Случай пассивного противника и нечестного большинства . . . . .	286
<b>11</b>	<b>Активный противник и нечестное большинство</b>	<b>287</b>
11.1	Конструкция BDOZ . . . . .	288
11.2	Конструкция SPDZ . . . . .	291
11.2.1	Основная идея конструкции SPDZ . . . . .	291
11.2.2	Операции над долями . . . . .	293
11.2.3	Протокол безопасных вычислений в режиме онлайн . . . . .	295
<b>12</b>	<b>Активный противник и два участника</b>	<b>299</b>
12.1	Протокол на основе искаженных схем . . . . .	299
12.1.1	Описание протокола на высоком уровне . . . . .	300
12.1.2	Проверка корректности и согласованности . . . . .	302
12.1.3	Протокол для вычисления функции . . . . .	307
12.2	Протокол на основе искаженных схем и задачи DDH . . . . .	313
12.2.1	Обзор функциональности и конструкции . . . . .	314
12.2.2	Протокол для безопасных двусторонних вычислений . . . . .	317
12.3	Протокол DGNNT на основе BDOZ и OLE . . . . .	322
12.3.1	Предварительные вычисления . . . . .	326
12.3.2	Безопасные двусторонние вычисления . . . . .	332
<b>13</b>	<b>Три/четыре участника и честное большинство</b>	<b>334</b>
13.1	Протокол AFLNO для случая пассивного противника .	334
13.1.1	Безопасное вычисление логических схем . . . . .	335
13.1.2	Вычисление схем над кольцами вычетов по модулю $2^n$ и полями . . . . .	340

13.1.3	Численный пример протокола AFLNO . . . . .	344
13.2	Протокол FLNW для случая активного противника . .	347
13.2.1	Подпротоколы основного протокола . . . . .	352
13.2.2	Безопасное вычисление функциональности . . . . .	364
13.3	Протокол DEK для четырех участников и активного противника . . . . .	366
<b>14</b>	<b>Построение протоколов для случая активного противника и честного большинства</b>	<b>375</b>
14.1	Схемы разделения секрета, используемые в протоколе	376
14.2	Сильно линейные схемы разделения секрета . . . . .	378
14.3	Определение безопасности . . . . .	380
14.4	Подпротоколы основного протокола . . . . .	385
14.5	Конструкция основного протокола . . . . .	389
14.6	Пакетная проверка корректности умножения . . . . .	394
14.7	Безопасные многосторонние вычисления на основе схемы Шамира . . . . .	397
<b>15</b>	<b>Протоколы с прерыванием, активным противником и честным большинством</b>	<b>400</b>
15.1	Протокол CGHKLN . . . . .	402
15.1.1	Подпротоколы основного протокола . . . . .	405
15.1.2	Протокол для больших полей . . . . .	412
15.2	Динамическое расширение поля в протоколах безопасных вычислений . . . . .	421
15.2.1	Расширение поля и преобразование долей секрета	423
15.2.2	Безопасное вычисление арифметической схемы .	432
15.3	Протокол ADEN над $\mathbb{Z}_2^m$ . . . . .	441
15.4	Протокол Фурукавы—Линделл для случая $n \geq 3t + 1$ . .	449
15.4.1	Подпротоколы основного протокола . . . . .	452
15.4.2	Протокол вычисления арифметической схемы . .	461
15.4.3	Модификация протокола Фурукавы—Линделл на основе расширения поля . . . . .	463
15.5	Эффективный и масштабируемый протокол ATLAS . .	465
15.5.1	Основные идеи протокола ATLAS . . . . .	465
15.5.2	Подпротоколы основного протокола . . . . .	475
15.5.3	Вычисление двухуровневой схемы . . . . .	484
15.5.4	Протокол ATLAS . . . . .	486
15.5.5	Быстрая пакетная проверка корректности умножения . . . . .	492

15.6	О проверках тройки произведения на корректность . .	503
<b>16</b>	<b>Протоколы с нулевым разглашением на основе многосторонних вычислений</b>	<b>505</b>
16.1	Интерактивные доказательства . . . . .	505
16.2	Протоколы IKOS с нулевым разглашением на основе многосторонних вычислений . . . . .	510
16.2.1	Основные идеи и определения . . . . .	510
16.2.2	Нулевое разглашение на основе многосторонних вычислений для случая пассивного противника .	513
16.2.3	Нулевое разглашение на основе многосторонних вычислений для случая активного противника . .	518
16.3	Протокол с нулевым разглашением ZKBoo . . . . .	519
	<b>Литература</b>	<b>528</b>