

Е. В. Кремень Ю. А. Кремень
Г. А. Расолько

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Практикум в MathCad

Для студентов
учреждений высшего образования

3.4. Вычисление несобственных интегралов	91
3.4.1. Вычисление несобственных интегралов с бесконечными пределами	91
3.4.2. Вычисление несобственных интегралов с конечными пределами	92
4. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ	94
4.1. Решение нелинейных уравнений	94
4.1.1. Метод деления отрезка пополам	95
4.1.2. Метод простой итерации	100
4.1.3. Метод Ньютона	107
4.1.4. Метод секущих, метод хорд и комбинированный метод	116
4.2. Решение систем нелинейных уравнений	124
4.2.1. Метод простой итерации	124
4.2.2. Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений	132
4.2.3. Модифицированный метод Ньютона	134
4.2.4. Метод наискорейшего спуска	138
5. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ	143
5.1. Решение систем линейных алгебраических уравнений	143
5.1.1. Метод Гаусса	143
5.1.2. Метод квадратного корня	150
5.1.3. Явный метод простой итерации	154
5.1.4. Метод Якоби для матрицы с диагональным преобладанием	155
5.1.5. Метод Зейделя	158
5.2. Численные методы решения проблемы собственных значений	161
5.2.1. Метод Данилевского	161
5.2.2. Степенной метод	168
6. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ	175
6.1. Решение задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера, Эйлера — Коши, Рунге — Кутты четвертого порядка	175
6.2. Решение граничных задач для ОДУ	185
6.2.1. Метод вариации произвольной постоянно	186
6.2.2. Метод пристрелки	187
6.2.3. Метод дифференциальной прогонки	188
7. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ	191
7.1. Метод замены ядра на вырожденное	191
7.2. Метод квадратур	197
7.3. О численном решении сингулярных интегральных уравнений	204
ПРИЛОЖЕНИЕ. MathCad. Краткий справочник пакета	215
Базовые возможности MathCad	215
Работа с графикой	228
Аналитические (символьные) вычисления	234
Традиционные средства программирования	245
ЛИТЕРАТУРА	253

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ	4
1.1. Округление чисел. Абсолютная и относительная погрешности. Значение и верные цифры числа	4
1.2. Представление вещественных чисел в компьютере и действия над ними	10
1.2.1. Представление вещественных чисел в форме с плавающей запятой	10
1.2.2. Арифметические операции на компьютере. Порядок выполнения операций	12
1.3. Прямая и обратная задачи теории погрешностей	15
1.4. Графы вычислительных процессов	19
1.5. Примеры неустойчивых задач	24
2. ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ	27
2.1. Интерполирование	29
2.1.1. Метод неопределенных коэффициентов построения алгебраического интерполяционного многочлена	29
2.1.2. Интерполяционный полином Лагранжа	31
2.1.3. Интерполяционный полином Ньютона	34
2.1.4. Интерполяционный многочлен Ньютона по равноотстоящим узлам	38
2.1.5. Интерполирование сплайнами	47
2.2. Аппроксимация. Метод наименьших квадратов	54
2.2.1. Приближение по методу наименьших квадратов алгебраическими многочленами	56
2.2.2. Приближение по методу наименьших квадратов тригонометрическими многочленами	56
2.3. Численное дифференцирование	63
2.3.1. Численное дифференцирование для неравноотстоящих узлов	65
2.3.2. Численное дифференцирование для равноотстоящих узлов	65
2.3.3. Метод неопределенных коэффициентов	68
2.3.4. Оптимизация шага численного дифференцирования	69
3. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ	73
3.1. Квадратурные формулы численного интегрирования	73
3.2. Составные квадратурные формулы	74
3.2.1. Составные формулы прямоугольников	75
3.2.2. Составная формула трапеций	77
3.2.3. Составная формула Симпсона	78
3.2.4. Вычисление интеграла с заданной точностью	78
3.3. Квадратурные формулы типа Гаусса	85
3.3.1. Квадратурная формула Гаусса ($p(x)=1$)	86
3.3.2. Квадратурная формула Эрмита для интегралов вида $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} f(x) dx$	88
3.3.3. Квадратурная формула типа Гаусса для интегралов вида $\int_{-1}^1 (1-x)^\alpha (1+x)^\beta f(x) dx$	88
3.3.4. Квадратурная формула типа Гаусса для интегралов вида $\int_0^{+\infty} x^\alpha e^{-x} f(x) dx$	89
3.3.5. Квадратурная формула типа Гаусса для интегралов вида $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} f(x) dx$	89